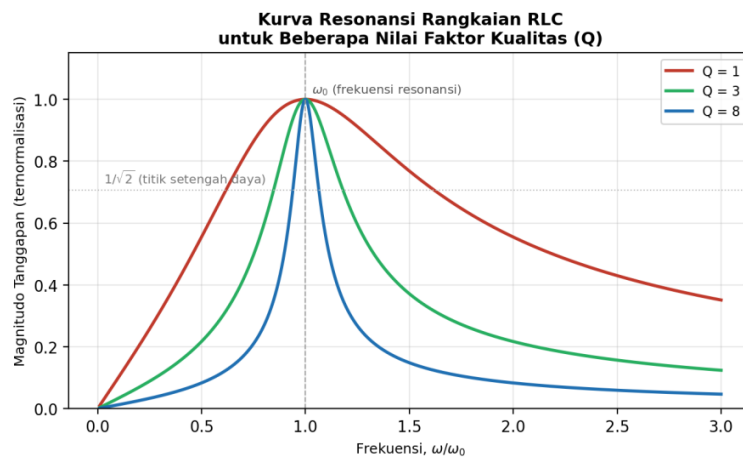


MODUL PEMBELAJARAN

MATA KULIAH RANGKAIAN LISTRIK LANJUT

Analisis Fasor, Rangkaian Tiga Fasa, Transien, Domain Laplace, dan Jaringan Dua-Port



PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO

Kode Mata Kuliah: MKKP0611 | Bobot: 3 SKS | Semester: IV

Disusun Oleh : Ajunda, MT, Yasir Pohan, MT dan Dian Erlita, M.Pd

KATA PENGANTAR

Modul ini merupakan kelanjutan dari mata kuliah Rangkaian Listrik dasar, membahas topik analisis rangkaian listrik pada tingkat lanjut yang menjadi dasar penting bagi mahasiswa Teknik Elektro sebelum mempelajari mata kuliah sistem tenaga, elektronika daya, maupun kendali. Materi mencakup analisis rangkaian AC dalam domain fasor, rangkaian tiga fasa, analisis transien rangkaian RLC, transformasi Laplace untuk analisis rangkaian, jaringan dua-port, rangkaian resonansi dan filter, serta kopling magnetik.

Setiap bab dilengkapi ilustrasi/diagram teknis, rumus dasar, tabel ringkasan, serta soal latihan untuk memperkuat pemahaman konsep. Mahasiswa disarankan mengerjakan soal latihan secara mandiri dan mendiskusikannya pada sesi tutorial/responsi.

DAFTAR ISI

BAB I PENDAHULUAN

- 1.1 Deskripsi dan Kedudukan Mata Kuliah
- 1.2 Capaian Pembelajaran
- 1.3 Tinjauan Ulang Konsep Dasar Rangkaian AC

BAB II ANALISIS RANGKAIAN DALAM DOMAIN FASOR

- 2.1 Konsep Fasor dan Bilangan Kompleks
- 2.2 Impedansi dan Admitansi
- 2.3 Daya dalam Rangkaian AC

BAB III RANGKAIAN TIGA FASA

- 3.1 Sistem Tiga Fasa Seimbang
- 3.2 Hubungan Bintang (Y) dan Delta (Δ)
- 3.3 Daya pada Sistem Tiga Fasa

BAB IV ANALISIS TRANSIEN RANGKAIAN RLC

- 4.1 Rangkaian Orde Pertama (RC dan RL)
- 4.2 Rangkaian Orde Kedua (RLC)
- 4.3 Kondisi Redaman: Underdamped, Critically Damped, Overdamped

BAB V ANALISIS RANGKAIAN DALAM DOMAIN LAPLACE

- 5.1 Transformasi Laplace pada Elemen Rangkaian
- 5.2 Fungsi Alih (Transfer Function)
- 5.3 Penerapan pada Analisis Rangkaian

BAB VI JARINGAN DUA-PORT

- 6.1 Konsep Jaringan Dua-Port
- 6.2 Parameter Z, Y, dan ABCD
- 6.3 Interkoneksi Jaringan Dua-Port

BAB VII RESONANSI DAN RANGKAIAN FILTER

- 7.1 Resonansi Seri dan Paralel
- 7.2 Faktor Kualitas (Q) dan Bandwidth
- 7.3 Filter Pasif: Low-Pass, High-Pass, Band-Pass

BAB VIII KOPLING MAGNETIK DAN TRANSFORMATOR IDEAL

- 8.1 Induktansi Bersama (Mutual Inductance)
- 8.2 Koefisien Kopling dan Dot Convention
- 8.3 Rangkaian Ekuivalen Transformator Ideal

BAB IX RANGKUMAN DAN SOAL LATIHAN

DAFTAR PUSTAKA

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Deskripsi dan Kedudukan Mata Kuliah

Rangkaian Listrik Lanjut merupakan mata kuliah lanjutan dari Rangkaian Listrik Dasar yang membahas metode analisis rangkaian listrik yang lebih kompleks, meliputi rangkaian AC dalam kondisi mantap (steady-state) menggunakan pendekatan fasor, rangkaian tiga fasa, tanggapan transien rangkaian orde dua, analisis berbasis transformasi Laplace, serta konsep jaringan dua-port yang banyak digunakan dalam analisis sistem komunikasi dan sistem tenaga.

1.2 Capaian Pembelajaran

Setelah mempelajari modul ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menganalisis rangkaian AC menggunakan representasi fasor dan bilangan kompleks.
2. Menghitung besaran tegangan, arus, dan daya pada rangkaian tiga fasa seimbang.
3. Menentukan tanggapan transien rangkaian RLC orde pertama dan orde kedua.
4. Menerapkan transformasi Laplace untuk menganalisis rangkaian listrik pada domain-s.
5. Menjelaskan konsep jaringan dua-port dan menentukan parameter Z, Y, serta ABCD.
6. Menganalisis fenomena resonansi dan merancang filter pasif sederhana.

1.3 Tinjauan Ulang Konsep Dasar Rangkaian AC

Pada rangkaian arus bolak-balik (AC), besaran tegangan dan arus berubah secara sinusoidal terhadap waktu. Untuk mempermudah analisis, besaran sinusoidal direpresentasikan dalam bentuk fasor, yaitu bilangan kompleks yang merepresentasikan magnitudo dan sudut fase suatu besaran sinusoidal tanpa perlu menuliskan komponen waktunya secara eksplisit.

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) \leftrightarrow V = V_m \angle \theta$$

Representasi fasor ini menjadi dasar penting untuk seluruh pembahasan pada bab-bab berikutnya, khususnya dalam analisis impedansi, daya, dan rangkaian tiga fasa.

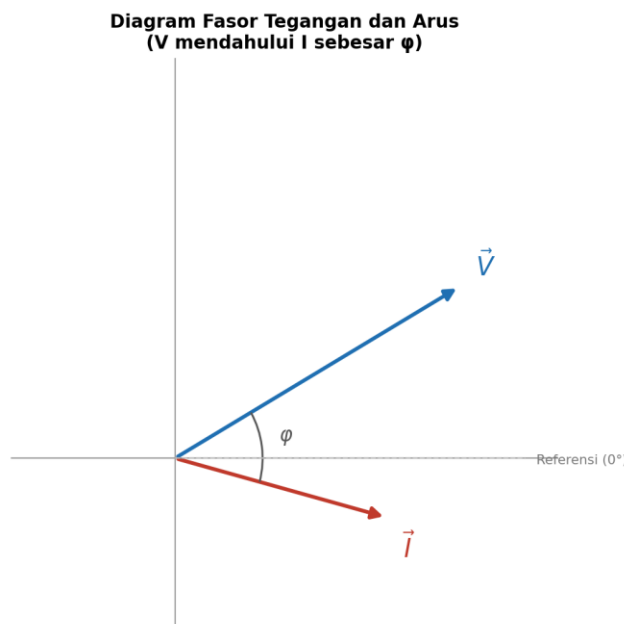
Istilah Penting

- Fasor: representasi kompleks dari besaran sinusoidal (magnitudo dan sudut fase)
- Impedansi (Z): hambatan total rangkaian AC terhadap arus, satuan ohm (Ω)
- Domain- s : representasi rangkaian dalam variabel kompleks $s = \sigma + j\omega$ (transformasi Laplace)

BAB II ANALISIS RANGKAIAN DALAM DOMAIN FASOR

2.1 Konsep Fasor dan Bilangan Kompleks

Fasor tegangan dan arus dapat digambarkan sebagai vektor pada bidang kompleks, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.1. Selisih sudut antara fasor tegangan dan fasor arus disebut sudut fase (ϕ), yang menentukan sifat beban: bersifat induktif jika arus tertinggal (lagging) terhadap tegangan, dan bersifat kapasitif jika arus mendahului (leading) tegangan.



Gambar 2.1 Diagram fasor tegangan (V) dan arus (I) dengan beda sudut fase ϕ

2.2 Impedansi dan Admitansi

Impedansi (Z) adalah besaran kompleks yang menyatakan perbandingan fasor tegangan terhadap fasor arus pada suatu elemen atau rangkaian:

$$Z = V / I = R + jX \quad (\Omega)$$

dengan R adalah resistansi (bagian riil) dan X adalah reaktansi (bagian imajiner). Reaktansi induktif dinyatakan $X_L = \omega L$ dan reaktansi kapasitif $X_C = -1/(\omega C)$. Kebalikan dari impedansi disebut admitansi ($Y = 1/Z$), yang memiliki satuan siemens (S), sering digunakan dalam analisis rangkaian paralel.

Elemen	Impedansi (Z)	Sifat
Resistor (R)	$Z = R$	Sefase ($\varphi = 0^\circ$)
Induktor (L)	$Z = j\omega L$	Arus tertinggal 90° (lagging)
Kapasitor (C)	$Z = 1/(j\omega C) = -j/(\omega C)$	Arus mendahului 90° (leading)

2.3 Daya dalam Rangkaian AC

Pada rangkaian AC dikenal tiga jenis daya, yaitu daya aktif (P, watt), daya reaktif (Q, VAR), dan daya semu (S, VA), yang saling berkaitan melalui segitiga daya:

$$S = V \cdot I^* = P + jQ, \quad |S| = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad P = V \cdot I \cdot \cos \varphi, \quad Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi$$

Faktor daya ($\cos \varphi$) menyatakan proporsi daya aktif terhadap daya semu, dan menjadi indikator efisiensi pemanfaatan energi listrik pada suatu beban.

BAB III RANGKAIAN TIGA FASA

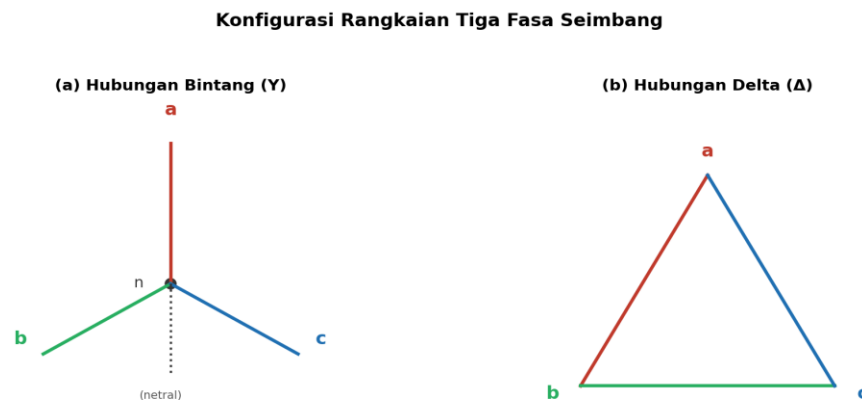
3.1 Sistem Tiga Fasa Seimbang

Sistem tiga fasa terdiri atas tiga sumber tegangan sinusoidal dengan magnitudo sama namun berbeda sudut fase 120° satu sama lain. Sistem tiga fasa banyak digunakan dalam pembangkitan, transmisi, dan distribusi tenaga listrik karena lebih efisien dibandingkan sistem satu fasa untuk daya yang sama, serta menghasilkan medan putar yang diperlukan pada motor-motor AC.

$$V_a = V_m \angle 0^\circ, \quad V_b = V_m \angle -120^\circ, \quad V_c = V_m \angle 120^\circ$$

3.2 Hubungan Bintang (Y) dan Delta (Δ)

Beban maupun sumber tiga fasa dapat dihubungkan dalam konfigurasi bintang (Y) atau delta (Δ), sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Konfigurasi hubungan (a) bintang/Y dan (b) delta/ Δ pada sistem tiga fasa

Besaran	Hubungan Y	Hubungan Δ
Tegangan saluran (VL) vs fasa (Vf)	$V_L = \sqrt{3} \cdot V_f$	$V_L = V_f$

Besaran	Hubungan Y	Hubungan Δ
Arus saluran (IL) vs fasa (If)	$I_L = I_f$	$I_L = \sqrt{3} \cdot I_f$

3.3 Daya pada Sistem Tiga Fasa

Untuk sistem tiga fasa seimbang, baik pada hubungan Y maupun Δ , daya total dapat dihitung menggunakan tegangan dan arus saluran melalui persamaan yang sama:

$$P = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

Keunggulan ini menjadikan rumus daya tiga fasa relatif sederhana untuk diterapkan pada kedua jenis hubungan tanpa perlu mengetahui detail konfigurasi internal beban, selama sistem dalam keadaan seimbang.

BAB IV ANALISIS TRANSIEN RANGKAIAN RLC

4.1 Rangkaian Orde Pertama (RC dan RL)

Rangkaian orde pertama, seperti rangkaian RC atau RL, memiliki tanggapan transien berbentuk eksponensial menuju kondisi mantap ketika terjadi perubahan mendadak pada sumber (switching). Tanggapan ini dicirikan oleh konstanta waktu (τ), yang menyatakan kecepatan rangkaian mencapai kondisi mantap:

$$\tau_{RC} = R \cdot C \quad \tau_{RL} = L/R$$

Semakin kecil nilai τ , semakin cepat rangkaian mencapai kondisi mantap (steady-state).

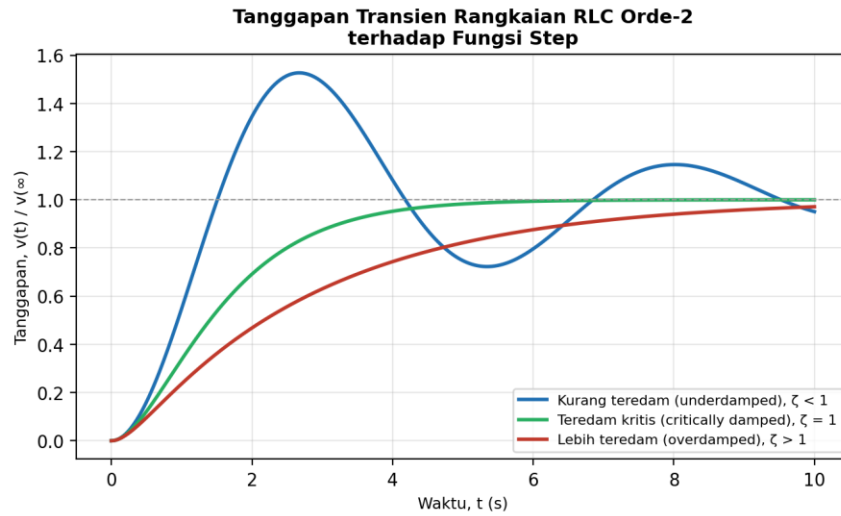
4.2 Rangkaian Orde Kedua (RLC)

Rangkaian yang mengandung dua elemen penyimpan energi berbeda jenis (induktor dan kapasitor) menghasilkan persamaan diferensial orde dua, sehingga tanggapannya bergantung pada frekuensi alami (ω_n) dan rasio redaman (ζ , zeta):

$$\omega_n = 1/\sqrt{LC} \quad \zeta = R/2 \cdot \sqrt{C/L} \quad (\text{rangkaiian RLC seri})$$

4.3 Kondisi Redaman

Berdasarkan nilai rasio redaman ζ , tanggapan transien rangkaian RLC orde dua dapat diklasifikasikan menjadi tiga kondisi sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Tanggapan transien rangkaian RLC orde dua terhadap fungsi step untuk tiga kondisi redaman

- Underdamped ($\zeta < 1$): tanggapan berosilasi teredam sebelum mencapai kondisi mantap, ditandai adanya overshoot.
- Critically damped ($\zeta = 1$): tanggapan mencapai kondisi mantap tercepat tanpa osilasi.
- Overdamped ($\zeta > 1$): tanggapan mencapai kondisi mantap secara perlahan tanpa osilasi.

BAB V ANALISIS RANGKAIAN DALAM DOMAIN LAPLACE

5.1 Transformasi Laplace pada Elemen Rangkaian

Transformasi Laplace mengubah persamaan diferensial rangkaian dalam domain waktu (t) menjadi persamaan aljabar dalam domain kompleks- s , sehingga analisis rangkaian—termasuk kondisi awal (initial conditions)—menjadi lebih sederhana. Representasi elemen rangkaian dalam domain- s adalah sebagai berikut:

Elemen	Domain Waktu	Impedansi Domain- s
Resistor	$v = i \cdot R$	$Z(s) = R$
Induktor	$v = L \, di/dt$	$Z(s) = sL$
Kapasitor	$i = C \, dv/dt$	$Z(s) = 1/(sC)$

5.2 Fungsi Alih (Transfer Function)

Fungsi alih $H(s)$ menyatakan perbandingan antara tanggapan keluaran $Y(s)$ terhadap sinyal masukan $X(s)$ dalam domain- s , dengan asumsi kondisi awal nol:

$$H(s) = Y(s) / X(s)$$

Fungsi alih menjadi alat analisis penting untuk mempelajari karakteristik rangkaian, seperti kestabilan, respons frekuensi, dan digunakan pula sebagai dasar analisis sistem kendali.

5.3 Penerapan pada Analisis Rangkaian

Langkah umum analisis rangkaian dengan transformasi Laplace meliputi: (1) mengubah rangkaian ke domain- s beserta kondisi awalnya, (2) menyelesaikan persamaan rangkaian menggunakan hukum Kirchhoff dalam domain- s , (3) memperoleh tanggapan $V(s)$ atau $I(s)$, dan (4) melakukan transformasi Laplace balik (inverse Laplace) untuk memperoleh tanggapan dalam domain waktu $v(t)$ atau $i(t)$.

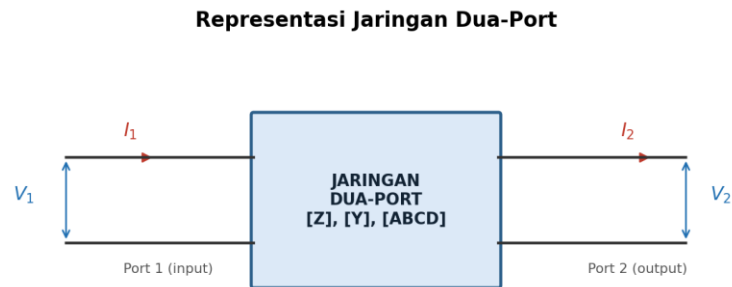
Manfaat Pendekatan Laplace

- Menyatukan analisis kondisi transien dan kondisi mantap dalam satu kerangka matematis
- Memudahkan analisis rangkaian dengan kondisi awal tidak nol
- Menjadi dasar analisis fungsi alih dan kestabilan sistem pada mata kuliah sistem kendali

BAB VI JARINGAN DUA-PORT

6.1 Konsep Jaringan Dua-Port

Jaringan dua-port (two-port network) adalah rangkaian listrik dengan dua pasang terminal (port), yaitu port input dan port output, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 6.1. Konsep ini banyak digunakan untuk menganalisis rangkaian yang kompleks sebagai suatu 'kotak hitam' (black box) yang dikarakterisasi oleh hubungan antara tegangan dan arus pada kedua portnya, tanpa perlu mengetahui detail rangkaian internal.



Gambar 6.1 Representasi umum jaringan dua-port

6.2 Parameter Z, Y, dan ABCD

Terdapat beberapa cara merepresentasikan hubungan tegangan dan arus pada jaringan dua-port, di antaranya:

$$[V1; V2] = [Z] [I1; I2] \quad (\text{parameter impedansi, } Z)$$

$$[I1; I2] = [Y] [V1; V2] \quad (\text{parameter admitansi, } Y)$$

$$V1 = A \cdot V2 - B \cdot I2, \quad I1 = C \cdot V2 - D \cdot I2 \quad (\text{parameter ABCD/transmisi})$$

Parameter ABCD (transmisi) banyak digunakan dalam analisis saluran transmisi tenaga listrik karena memudahkan perhitungan tegangan dan arus di ujung kirim berdasarkan besaran di ujung terima, maupun sebaliknya.

6.3 Interkoneksi Jaringan Dua-Port

Beberapa jaringan dua-port dapat digabungkan melalui interkoneksi seri, paralel, atau kaskade (cascade). Untuk interkoneksi kaskade, parameter ABCD gabungan diperoleh melalui perkalian matriks ABCD masing-masing jaringan, sehingga sangat memudahkan analisis rangkaian bertingkat seperti pada saluran transmisi yang tersusun dari beberapa segmen.

BAB VII RESONANSI DAN RANGKAIAN FILTER

7.1 Resonansi Seri dan Paralel

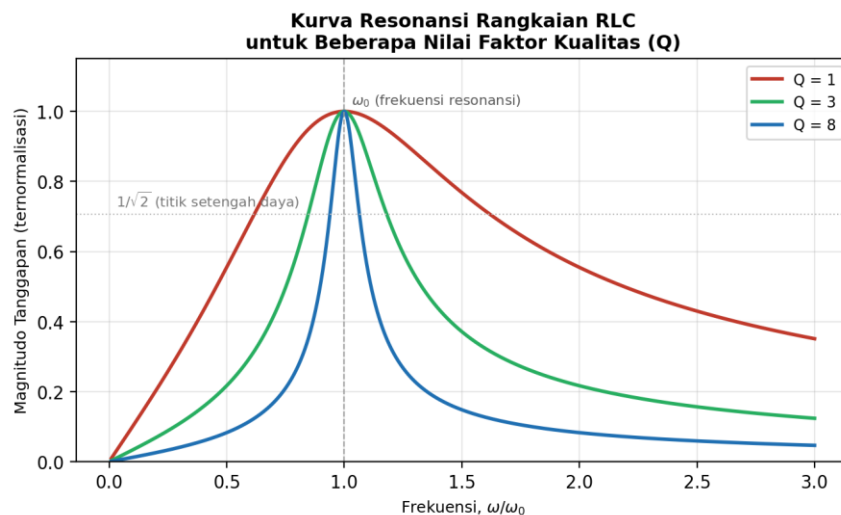
Resonansi terjadi pada rangkaian RLC ketika reaktansi induktif sama besar dengan reaktansi kapasitif ($X_L = X_C$), sehingga impedansi rangkaian bersifat resistif murni. Frekuensi terjadinya kondisi ini disebut frekuensi resonansi (ω_0):

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad \text{atau} \quad f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$$

Pada resonansi seri, impedansi rangkaian minimum sehingga arus maksimum; pada resonansi paralel, impedansi rangkaian maksimum sehingga arus dari sumber minimum.

7.2 Faktor Kualitas (Q) dan Bandwidth

Faktor kualitas (Q) menyatakan ketajaman kurva resonansi suatu rangkaian, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 7.1. Semakin tinggi nilai Q, semakin sempit lebar pita (bandwidth) rangkaian di sekitar frekuensi resonansi.



Gambar 7.1 Kurva resonansi rangkaian RLC untuk beberapa nilai faktor kualitas Q

$$Q = \omega_0 \cdot L/R \quad (\text{seri}) \quad BW = \omega_0/Q = \omega_2 - \omega_1$$

7.3 Filter Pasif: Low-Pass, High-Pass, dan Band-Pass

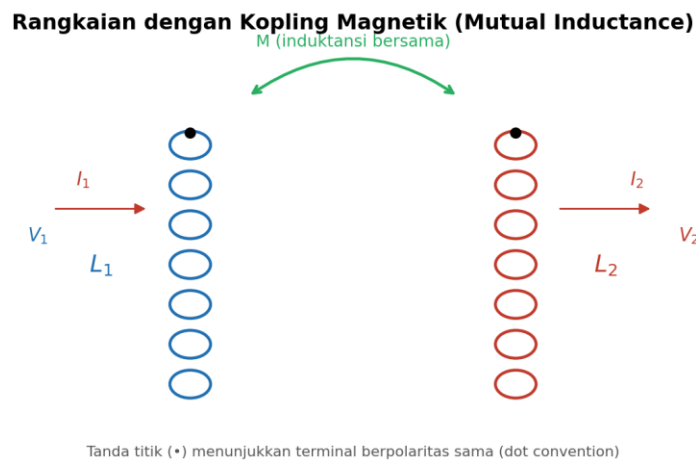
Rangkaian RLC dapat difungsikan sebagai filter pasif yang meloloskan atau meredam pita frekuensi tertentu:

- Filter low-pass: meloloskan frekuensi rendah, meredam frekuensi tinggi di atas frekuensi cut-off.
- Filter high-pass: meloloskan frekuensi tinggi, meredam frekuensi rendah di bawah frekuensi cut-off.
- Filter band-pass: meloloskan pita frekuensi tertentu di sekitar frekuensi resonansi, meredam frekuensi di luar pita tersebut.

BAB VIII KOPLING MAGNETIK DAN TRANSFORMATOR IDEAL

8.1 Induktansi Bersama (Mutual Inductance)

Ketika dua kumparan berdekatan dialiri arus yang berubah terhadap waktu, fluks magnet yang dihasilkan salah satu kumparan dapat menginduksi ggl pada kumparan lainnya. Fenomena ini disebut induktansi bersama (mutual inductance, M), sebagaimana diilustrasikan pada Gambar 8.1.



Gambar 8.1 Rangkaian dua kumparan dengan kopling magnetik (induktansi bersama M)

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \quad V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$$

8.2 Koefisien Kopling dan Dot Convention

Tingkat kopling antara dua kumparan dinyatakan oleh koefisien kopling (k), dengan nilai antara 0 (tidak terkopling) hingga 1 (kopling sempurna):

$$k = M / \sqrt{L_1 \cdot L_2}, \quad 0 \leq k \leq 1$$

Tanda titik (dot convention) pada masing-masing kumparan, seperti terlihat pada Gambar 8.1, digunakan untuk menentukan polaritas tegangan induksi akibat induktansi bersama — apabila arus memasuki terminal bertanda titik pada kedua kumparan, maka tegangan induksi bersama bertanda positif terhadap tegangan induksi sendiri (self-inductance).

8.3 Rangkaian Ekuivalen Transformator Ideal

Transformator ideal merupakan kasus khusus kopling magnetik dengan koefisien kopling $k = 1$ dan tanpa rugi-rugi. Hubungan tegangan dan arus antara sisi primer dan sekunder dinyatakan oleh rasio lilitan ($a = N_1/N_2$):

$$V_1/V_2 = N_1/N_2 = a \quad I_2/I_1 = N_1/N_2 = a$$

Konsep rangkaian ekivalen transformator (dengan memperhitungkan rugi tembaga, rugi inti, dan reaktansi bocor) menjadi dasar analisis kinerja transformator praktis, yang telah dibahas lebih rinci pada mata kuliah Teknik Tenaga Listrik.

BAB IX RANGKUMAN DAN SOAL LATIHAN

9.1 Rangkuman

- Representasi fasor menyederhanakan analisis rangkaian AC dengan mengubah persamaan diferensial menjadi persamaan aljabar kompleks.
- Sistem tiga fasa memungkinkan penyaluran daya yang lebih efisien dibanding sistem satu fasa, dengan dua konfigurasi utama yaitu hubungan bintang (Y) dan delta (Δ).
- Tanggapan transien rangkaian RLC orde dua diklasifikasikan menjadi underdamped, critically damped, dan overdamped berdasarkan rasio redaman ζ .
- Transformasi Laplace memudahkan analisis rangkaian dengan kondisi awal tidak nol serta menjadi dasar konsep fungsi alih (transfer function).
- Jaringan dua-port memungkinkan analisis rangkaian kompleks melalui parameter Z, Y, atau ABCD tanpa perlu mengetahui detail rangkaian internal.
- Fenomena resonansi dan konsep filter pasif banyak diterapkan dalam rangkaian penyaring frekuensi pada sistem komunikasi maupun sistem tenaga.
- Induktansi bersama dan dot convention menjadi dasar pemahaman rangkaian ekivalen transformator ideal.

9.2 Soal Latihan

7. Ubahlah tegangan $v(t) = 100 \cos(314t + 30^\circ)$ volt ke dalam bentuk fasor, kemudian tentukan impedansi total rangkaian jika dihubungkan pada beban seri $R = 10 \Omega$ dan $L = 50 \text{ mH}$.
8. Sebuah beban tiga fasa seimbang terhubung Y dengan tegangan fasa 220 V dan arus saluran 10 A pada faktor daya 0,8 lagging. Hitung daya aktif dan daya reaktif total beban tersebut.
9. Suatu rangkaian RLC seri memiliki $R = 100 \Omega$, $L = 0,5 \text{ H}$, dan $C = 10 \mu\text{F}$. Tentukan apakah tanggapan rangkaian bersifat underdamped, critically damped, atau overdamped.

10. Tentukan fungsi alih $H(s) = V_{\text{out}}(s)/V_{\text{in}}(s)$ untuk rangkaian RC low-pass sederhana dengan R dan C tersusun seri terhadap sumber, keluaran diambil pada kapasitor.
11. Jelaskan perbedaan mendasar antara parameter impedansi (Z) dan parameter transmisi (ABCD) pada jaringan dua-port, beserta aplikasinya masing-masing.
12. Sebuah rangkaian RLC seri memiliki frekuensi resonansi 1000 Hz dan faktor kualitas $Q = 50$. Hitung lebar pita (bandwidth) rangkaian tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2016). Fundamentals of Electric Circuits (6th ed.). New York: McGraw-Hill.
- Boylestad, R. L. (2015). Introductory Circuit Analysis (13th ed.). Boston: Pearson.
- Hayt, W. H., Kemmerly, J. E., & Durbin, S. M. (2018). Engineering Circuit Analysis (9th ed.). New York: McGraw-Hill.
- Irwin, J. D., & Nelms, R. M. (2015). Basic Engineering Circuit Analysis (11th ed.). Hoboken: John Wiley & Sons.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2015). Electric Circuits (10th ed.). Boston: Pearson.
- Sadiku, M. N. O. (2018). Elements of Electromagnetics (7th ed.). New York: Oxford University Press.
- Sudaryatno, S. (2002). Analisis Rangkaian Listrik Jilid 1 & 2. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- Zuhal, & Zhanggischian. (2004). Prinsip Dasar Elektroteknik. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.

Catatan: Mahasiswa dianjurkan pula mempelajari perangkat lunak simulasi rangkaian (seperti MATLAB/Simulink, PSpice, atau LTspice) untuk memvalidasi hasil analisis manual pada setiap topik dalam modul ini.